

تغییر شکل پلاستیک اعضاء

جلسه چهاردهم

میله فولادی ABC دارای دو تکیه‌گاه در دو طرف خود می‌باشد و تحت دمای ۲۵ درجه سانتی‌گراد قرار می‌گیرد. فرض می‌شود فولاد دارای خواص الاستوپلاستیک با مدول یانگ ۲۰۰ گیگاپاسکال و تنش تسلیم ۲۵۰ مگاپاسکال می‌باشد. دمای فولاد تا ۱۵۰ درجه افزایش پیدا می‌کند. با دانستن اینکه ضریب انبساط حرارتی و ضریب رسانش حرارتی فولاد به ترتیب $11.7 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$ و $43 \frac{\text{W}}{\text{mm}\cdot^{\circ}\text{C}}$ است، موارد زیر را بدست آورید:

الف) نیروهای تکیه‌گاهی

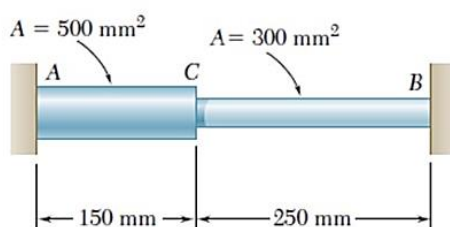
ب) تنش در هر میله

ج) تغییر شکل دائمی

د) تغییرمکان گره‌ای در نقطه C

ه) منحنی نیرو - تغییرمکان

و) با استفاده از انتگرال گیری عددی از منحنی نیرو - تغییرمکان منحنی انرژی - تغییرمکان را رسم نمایید.



« حل تئوری »

الف) در این مسئله با توجه به تنش تسلیم ارائه شده ابتدا حداکثر نیروی مجازی که دو میله AC و CB می‌توانند تحمل کنند تا وارد ناحیه پلاستیک شوند، محاسبه می‌شود.

$$P_{AC} = \sigma_y \times A_{AC} = 250 \times 500 = 125000 \text{ N}, \quad P_{CB} = \sigma_y \times A_{CB} = 250 \times 300 = 75000 \text{ N}$$

حال با توجه به روابط ۱ و ۲ مقدار نیرویی که به میله‌ها در حالت الاستیک وارد می‌شود قابل محاسبه است. اگر این نیرو کمتر از دو مقدار بالا باشد همان نیروی تکیه‌گاهی خواهد بود و دو میله در ناحیه الاستیک باقی مانده‌اند. چنانچه بیشتر از این دو مقدار باشد هر دو میله وارد ناحیه پلاستیک شده و مقدار نیروی تکیه‌گاهی برابر ۷۵۰۰۰ نیوتن خواهد بود.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow R_A - R_B = 0 \quad (1)$$

$$\delta_{AB} = \delta_{AC} + \delta_{CB} = 0 \quad (2)$$

$$\alpha_{AC} L_{AC} \Delta T - \frac{R_B \times L_{AC}}{A_{AC} \times E_{AC}} + \alpha_{CB} L_{CB} \Delta T - \frac{R_B \times L_{CB}}{A_{CB} \times E_{CB}} = 0 \quad (3)$$

$$11.7 \times 10^{-6} \times 150 \times 125 - \frac{150 \times R_B}{500 \times 200000} + 11.7 \times 10^{-6} \times 250 \times 125 - \frac{250 \times R_B}{300 \times 200000} = 0$$

$$0.585 \times 10^{-6} - 1.50 \times 10^{-6} R_B - 4.16 \times 10^{-6} R_B = 0$$

$$R_A = R_B = 103356 \text{ N}$$

با توجه به اینکه مقدار نیروهای تکیه‌گاهی بین ۷۵۰۰۰ تا ۱۲۵۰۰۰ بدست آمد نتیجه می‌شود که میله CB وارد ناحیه پلاستیک شده و میله AC فقط دارای تغییر شکل الاستیک می‌باشد. همچنین، نیروی عکس‌العمل از ۷۵۰۰۰ تجاوز نخواهد کرد. چرا که به محض افزایش نیروی عکس‌العمل، میله CB تغییر شکل پلاستیک داده و مقاومتی در برابر افزایش بار از خود نشان نمی‌دهد.

ب) محاسبه تنش در هر میله:

$$\sigma_{AC} = \frac{P}{A_{AC}} = \frac{75000}{500} = 150 \text{ MPa}, \quad \sigma_{BC} = \frac{P}{A_{BC}} = \frac{75000}{300} = 250 \text{ MPa}$$

ج) تغییر شکل دائمی میله CB:

با توجه به اینکه مقدار نیرو بین ۷۵۰۰۰ تا ۱۲۵۰۰۰ نیوتن بدست آمده است، تغییر شکل دائمی فقط در میله CB وجود خواهد داشت. بنابراین، پارامتر دیگری به معادله ۳ از صفحه قبل اضافه خواهد شد که همان تغییر شکل دائمی میله CB است. در این معادله مقدار نیرو دیگر ۱۰۳۳۵۶ نخواهد بود و می‌بایست مقدار نیروی ۷۵۰۰۰ نیوتن وارد شود.

$$\alpha_{AC}L_{AC}\Delta T - \frac{R_B \times L_{AC}}{A_{AC} \times E_{AC}} + \alpha_{CB}L_{CB}\Delta T - \frac{R_B \times L_{CB}}{A_{CB} \times E_{CB}} + \delta_{CB}^P = 0 \quad (3)$$

$$11.7 \times 10^{-6} \times 150 \times 125 - \frac{150 \times 75000}{500 \times 200000} + 11.7 \times 10^{-6} \times 250 \times 125 - \frac{250 \times 75000}{300 \times 200000} + \delta_{CB}^P = 0$$

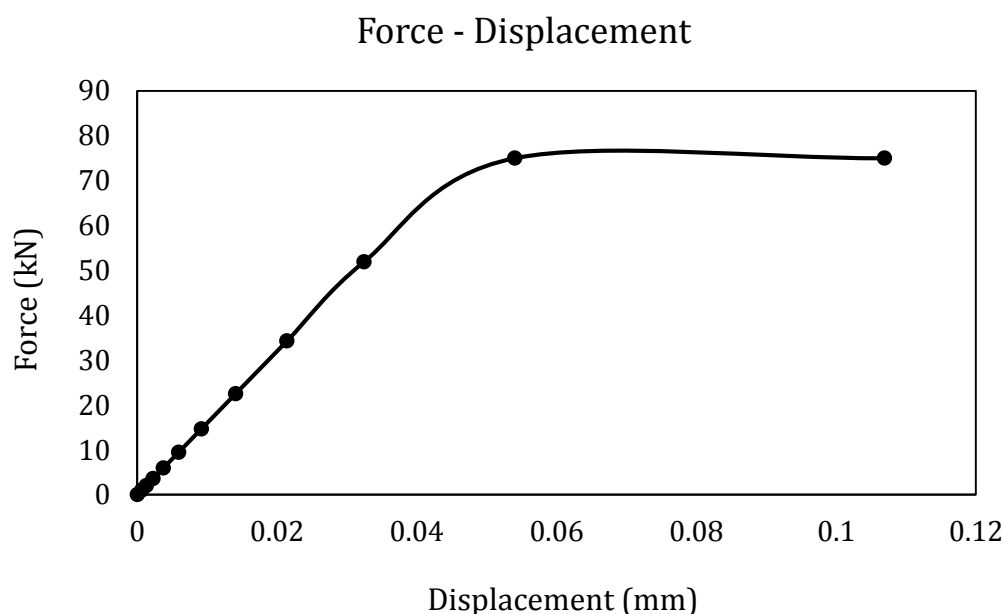
$$\delta_{CB}^P = -0.16 \text{ mm}$$

د) تغییر مکان گره‌ای در C:

برای تغییر مکان گره C می‌توان همان تغییر شکل میله AC را که در ناحیه الاستیک قرار دارد، بدست آورد:

$$\delta_{AC} = \alpha_{AC}L_{AC}\Delta T - \frac{R_B \times L_{AC}}{A_{AC} \times E_{AC}} = 11.7 \times 10^{-6} \times 150 \times 125 - \frac{150 \times 75000}{500 \times 200000} = -0.105 \text{ mm}$$

ه) منحنی نیرو - تغییر مکان



(و) منحنی انرژی - تغییر مکان

