

خمش اعضای انحناء دار

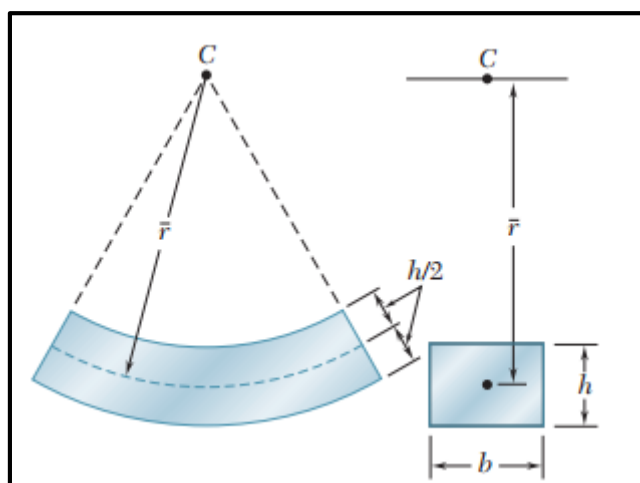
جلسه بیست و دوم

میله خمیده مستطیلی شکل زیر دارای شعاع میانگین $\bar{r} = 6 \text{ in}$ و سطح مقطع به عرض $b = 2.5 \text{ in}$ و عمق $h = 1.5 \text{ in}$ می باشد.

۱- فاصله e بین مرکز مستطیل با تار خنثی را بدست آورید.

۲- بیشترین تنش کششی و فشاری را با دانستن اینکه ممان خمشی $M = 8 \text{ kip.in}$ می باشد بدست آورید.

۳- تنش های بدست آمده در قسمت قبل را با میله مستقیم مقایسه کنید.



« حل تئوری »

۱- محاسبه فاصله تار خنثی از مرکز مستطیل:

$$R = \frac{A}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{dA}{r}} = \frac{bh}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}} = \frac{h}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}}$$

$$R = \frac{h}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

برای حل معادله فوق باید r_1 و r_2 محاسبه شوند:

$$r_1 = \bar{r} - \frac{1}{2}h = 6 - 0.75 = 5.25 \text{ in.}$$

$$r_2 = \bar{r} + \frac{1}{2}h = 6 + 0.75 = 6.75 \text{ in.}$$

با قرار دادن مقادیر r_1 و r_2 در معادله اول مقدار R بدست می آید.

$$R = \frac{h}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{1.5 \text{ in.}}{\ln \frac{6.75}{5.25}} = 5.9686 \text{ in.}$$

از اختلاف \bar{r} و R فاصله تار خنثی از مرکز مستطیل به صورت زیر بدست می آید:

$$e = \bar{r} - R = 6 - 5.9686 = 0.0314 \text{ in.}$$

۲- محاسبه تنش ماکزیمم و مینیمم:

$$\sigma_{max} = \frac{M(r_2 - R)}{Aer_2} = 7.86 \text{ ksi} \quad , \quad \sigma_{min} = \frac{M(r_1 - R)}{Aer_1} = -9.30 \text{ ksi}$$

۳- محاسبه تنش ماکزیمم و مینیمم برای میله مستقیم:

$$\begin{aligned} \sigma_{max, min} &= \pm \frac{Mc}{I} \\ &= \pm \frac{(8 \text{ kip} \cdot \text{in.})(0.75 \text{ in.})}{\frac{1}{12}(2.5 \text{ in.})(1.5 \text{ in.})^3} = \pm 8.53 \text{ ksi} \end{aligned}$$