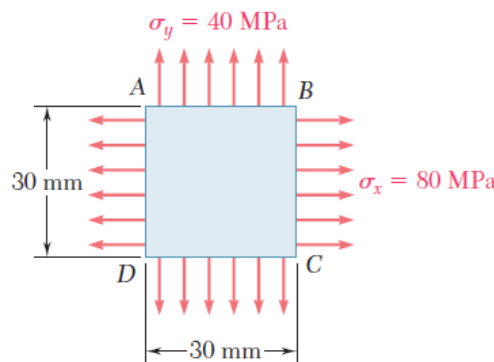


جلسه سوم تحلیل تنش در ورق تحت شرایط تنش صفحه ای

در شکل زیر با در نظر گرفتن مدول یانگ ۲۰۰۰۰۰ مگاپاسکال و ضریب پواسون ۰/۳ تغییر طول و کرنش اعضای (الف) AB، (ب) BC و (ج) AC را بدست آورید. همچنین، روابط تنش میزز و ناوردهای آن را نوشته و آنها را با مقدار بدست آمده از نرم افزار مقایسه نمایید. در ادامه همین مسئله را به دو روش دیگر یکی سه بعدی و دیگری با المان پوسته مدل کرده و نتایج را با حالت دوبعدی مقایسه نمایید.



« حل تئوری »

با توجه به شرایط مسئله (تنش صفحه ای)، کرنشها به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_y \rightarrow \delta_{AB} = \epsilon_x L_{AB} = 10.20 \mu m$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_x \rightarrow \delta_{BC} = \epsilon_y L_{BC} = 2.40 \mu m$$

$$\delta_{AC} = 10.48 \mu m$$

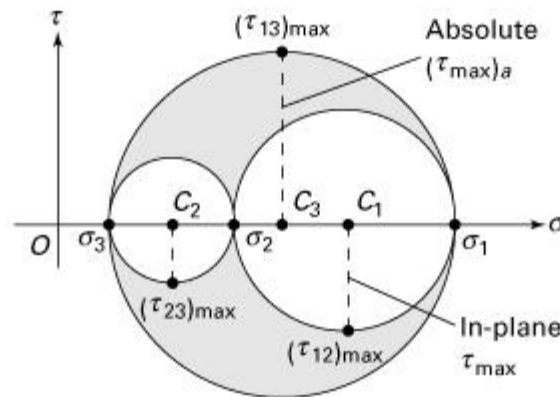
رابطه تنش میزز و ترسکا:

$$\sigma_{Mises} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2} = \sqrt{80^2 - 80 \times 40 + 40^2} = 69.28 MPa$$

$$\sigma_{Tresca} = |\sigma_{max} - \sigma_{min}| = 80 - 0 = 80 MPa$$

محاسبه ناوردهای تنش:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 120 \quad , \quad I_2 = \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3 = 3200 \quad , \quad I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 = 0$$



جدول ۱: واحدها در آباکوس

Quantity	SI	SI (mm)	US Unit (ft)	US Unit (inch)
Length	m	mm	ft	in
Force	N	N	lbf	lbf
Mass	kg	tonne (10 <sup>3</sup> kg)	slug	lbf s <sup>2</sup> /in
Time	s	s	s	s
Stress	Pa (N/m <sup>2</sup> )	MPa (N/mm <sup>2</sup> )	lbf/ft <sup>2</sup>	psi (lbf/in <sup>2</sup> )
Energy	J	mJ (10 <sup>-3</sup> J)	ft lbf	in lbf
Density	kg/m <sup>3</sup>	tonne/mm <sup>3</sup>	slug/ft <sup>3</sup>	lbf s <sup>2</sup> /in <sup>4</sup>

جدول ۲: روابط تنش میزز

Load scenario	Restrictions	Simplified von Mises equation
General	No restrictions	$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2)]}$
Principal stresses	No restrictions	$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$
General plane stress	$\sigma_3 = 0$ $\sigma_{31} = \sigma_{23} = 0$	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 + 3\sigma_{12}^2}$
Principal plane stress	$\sigma_3 = 0$ $\sigma_{12} = \sigma_{31} = \sigma_{23} = 0$	$\sigma_v = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}$
Pure shear	$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ $\sigma_{31} = \sigma_{23} = 0$	$\sigma_v = \sqrt{3} \sigma_{12} $
Uniaxial	$\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ $\sigma_{12} = \sigma_{31} = \sigma_{23} = 0$	$\sigma_v = \sigma_1$