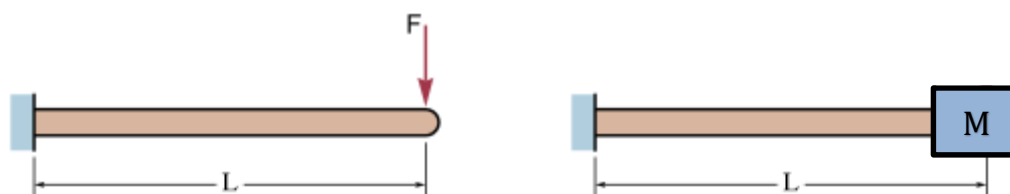


## تحلیل فرکانس در تیرها (ارتعاشات عرضی)

## جلسه هفتم

مسئله ۱: تیر یکسرگیردار (Cantilever Beam) نشان داده شده در شکل زیر را در نرم افزار آباکوس طوری مدل کنید که فرکانس طبیعی بدست آمده از نرم افزار با مقدار تئوری برابر باشد (سطح مقطع مربعی به طول ضلع ۰/۱ متر در نظر گرفته شود).



$$E = 10000 \text{ Pa}, \quad M = 1 \text{ kg}, \quad L = 1 \text{ m}, \quad I = \frac{0.1^4}{12} \text{ m}^4$$

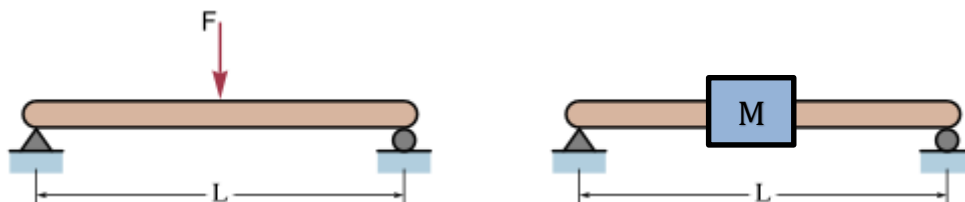
## « حل تئوری »

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} = \frac{F(L-x)}{EI} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{F\left(Lx - \frac{x^2}{2}\right)}{EI} \rightarrow y(x) = \frac{F\left(L\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}\right)}{EI} = \frac{Fx^2}{6EI}(3L-x)$$

$$\delta = y(L) = \frac{FL^3}{3EI} \rightarrow k = \frac{F}{\delta} = \frac{3EI}{L^3} \rightarrow \omega_n^2 = \frac{k}{M} = \frac{3EI}{ML^3} = 0.25 \left(\frac{\text{rad}}{\text{Sec}}\right)^2 \rightarrow \omega_n = 0.5 \frac{\text{rad}}{\text{Sec}}$$

$$\rightarrow f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = 0.079 \text{ Hz}$$

مسئله ۲: فرکانس طبیعی تیر با شرایط تکیه گاه ساده (Simply Supported Beam) را با نرم افزار بدست آورده و با مقادیر تئوری مقایسه نمایید.



« حل تئوری »

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} = \frac{F\left(\frac{x}{2}\right)}{EI} \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{F\left(\frac{x^2}{4}\right)}{EI} + C_1 \rightarrow \frac{dy}{dx}\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{FL^2}{16EI}$$

$$\rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{Fx^2}{4EI} - \frac{FL^2}{16EI} \rightarrow y(x) = \frac{Fx}{12EI} \left( \frac{3L^2}{4} - x^2 \right)$$

$$\delta = y\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{FL^3}{48EI} \rightarrow k = \frac{F}{\delta} = \frac{48EI}{L^3} \rightarrow \omega_n^2 = \frac{k}{M} = \frac{48EI}{ML^3} = 4 \left( \frac{rad}{Sec} \right)^2 \rightarrow \omega_n = 2 \frac{rad}{Sec}$$

$$\rightarrow f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = 0.3184 \text{ Hz}$$